Тема. **Множення вектора на число**

Мета: розширити знання учнів про вектор, дати означення добутку вектора на число, навчити будувати вектор $x\vec{a}$, довести теорему про колінеарність векторів; розвивати усну мову, вміння порівнювати, аналізувати; виховувати вміння слухати інших, культуру математичного запису, охайність математичних побудов.

Обладнання: конспект уроку, кольорова крейда, підручник геометрія 9 клас , А.Г. Мерзляк.

Тип уроку: засвоєння нових знань.

Вимоги до рівня підготовки учнів: описують множення вектора на число; відкладають вектор, що дорівнює добутку вектора на число; формулюють властивості множення вектора на число; описують колінеарність векторів; застосовують вивчені означення та властивості до розв'язування задач.

ХІД УРОКУ:

І. Організаційний момент.

Відмітити відсутніх в класі. Перевірити підготовку учнів до уроку (наявність робочого зошита, щоденника, олівця, лінійки).

ІІ. Актуалізація опорних знань.

Вправа: *«Ланцюжок».*

1. Що називається вектором?
2. Який вектор називається нульовим, одиничним?
3. Що називається абсолютною величиною вектора?
4. Які вектори називаються рівними?
5. Сформулюйте правило побудови суми векторів за правилом трикутника і паралелограма.

6. Сформулюйте теорему про координати суми векторів.
7. Що називається різницею векторів?
8. Які вектори називаються протилежними?
9. Сформулюйте теорему про координати різниці векторів.

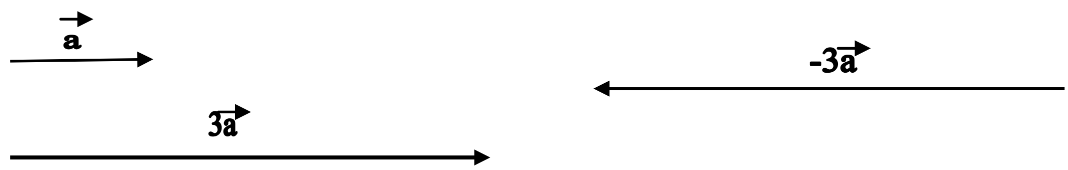
III. Постановка завдань, мети уроку.

На попередньому уроці ви навчились додавати та віднімати вектори, але як і з числами так і з векторами в практиці існує ще й дія множення. Сьогодні на уроці ми з вами розглянемо правило множення вектора на число, з'ясуємо умову колінеарності векторів знаючи їх координати. Розглянемо властивості множення вектора на число. Розв'яжемо задачі в яких використовується множення вектора на число.

IV. Вивчення нового матеріалу.

Візьмемо який-небудь вектор $\vec{a}$ і побудуємо суму $\vec{a}+\vec{a}+\vec{a}$. Позначимо таку суму $3\vec{a}$ і назвемо добутком вектора $\vec{a}$ на число 3.

Довжина вектора $3\vec{a}$ дорівнює довжині вектора $\vec{a}$, помноженій на число 3. Вектор $3\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{a}$ і $-3\vec{a}\uparrow\downarrow\vec{a}$



Означення. *Добутком* ненульового вектора $\vec{a}$ на число $x \neq 0$ називається вектор, довжина якого дорівнює добутку довжини вектора $\vec{a}$ на модуль числа x, а напрям збігається з напрямом вектора $\vec{a}$, коли x > 0, і протилежний напряму $\vec{a}$, коли x < 0:

$\vec{a}\uparrow\uparrow x\vec{a}$, при x>0, $\vec{a}\uparrow\downarrow x\vec{a}$, при x<0.

$|x\vec{a}| = |x|\cdot|\vec{a}|$, $x\cdot\vec{0}=0$, $0\cdot\vec{a}=\vec{0}$.

Теорема. (про колінеарність векторів)

Ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ *колінеарні тоді й тільки тоді, коли існує таке число x, що* $\vec{b} = x\vec{a}$.

Доведення. Нехай $\vec{b} = x\vec{a}$. Доведемо, що $\vec{a}$ і $\vec{b}$ - колінеарні.

За означенням добутку вектора на число, вектори $\vec{a}$ і $x\vec{a}$ або однаково напрямлені, або протилежно. Тому вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ - колінеарні.

Доведемо обернене твердження: якщо не нульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні, то $\vec{b} = x\vec{a}$.

а) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ однаково напрямлені, то $x = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$. Справді: $|x\vec{a}| = \frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Отже: $\vec{b} = x\vec{a}$.

б) $\vec{a}$ і $\vec{b}$ протилежно напрямлені, то $x = -\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}$.

Вектор $-\frac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\vec{a}$ однаково напрямлений з вектором $\vec{b}$, а $|x\vec{a}| = |\vec{b}|$. Отже $\vec{b} = x\vec{a}$.

Теорему доведено.

Теорема. (про координати вектора)

Якщо вектор $\vec{a}$ *має координати* $(a_1; a_2)$, *то вектор* $k\vec{a}$ *має координати* $k\vec{a}\,(ka_1; ka_2)$

Якщо $\vec{a}\,(a_1; a_2)$ *то* $k\vec{a}\,(ka_1; ka_2)$

Наслідок: вектори $\vec{a}\,(a_1; a_2)$ *і* $\vec{b}\,(ka_1; ka_2)$*- колінеарні.*

Доведення самостійно дома ст.134 підручника.

Основні закони множення вектора на число:

1. $(xy)\vec{a} = x(y\vec{a})$ - сполучний закон.
2. $x\vec{a} + y\vec{a} = (x+y)\vec{a}$ - перший розподільний закон.
3. $x\vec{a} + x\vec{b} = x(\vec{a} + \vec{b})$ - другий розподільний закон.

4. $x\vec{0} = 0\vec{a} = \vec{0}$

Закони операцій над векторами дають можливість у виразах, що містять суми, різниці векторів і добуток вектора на число, виконувати перетворення за тими самими правилами, що і для числових виразів.

Наприклад: $3(\vec{a}+\vec{b})+(\vec{c}-\vec{a})-2(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c})=5\vec{b}-\vec{c}$.

V. Розв'язування задач.

Завдання №-1. Дано вектор $\vec{a}$. Побудувати вектори: $2\vec{a}$, $-3\vec{a}$, $\frac{2}{3}\vec{a}$.

Завдання №-2. Дано вектор $\vec{a}$ і $\vec{b}$. Побудувати вектори:

$\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$, $2\vec{a}-3\vec{b}$, $\frac{\vec{a}-\vec{b}}{3}$.

Завдання №-3. Спростити вирази: а) $3\vec{a}+(-\vec{b})-2\vec{a}+3\vec{b}$,

б) $(5\vec{a}+2\vec{b})+4(-3\vec{a}+\vec{b})$.

Завдання №-4. Знайти координати вектора $\vec{a}=-\frac{1}{2}\vec{b}$, якщо $\vec{b}$ (4; -6).

Завдання №-5. Знайти координати $\vec{c}=3\vec{a}-2\vec{b}$, якщо $\vec{a}$ (-1; 1), $\vec{b}$ (2; -3).

Завдання №-6. Серед векторів $\vec{a}(3;6)$, $\vec{b}(-2;-1)$, $\vec{c}(-1;\frac{1}{2})$, $\vec{d}(9,18)$. знайдіть пару колінеарних векторів.

Завдання №- 7. При яких значеннях x вектори $\vec{m}(-2;3)$ та $\vec{n}(x;-12)$ - колінеарні?

Завдання №-8. При якому значенні a точки A(2;3), B(-3;5), C(a;9) лежатимуть на одній прямій?

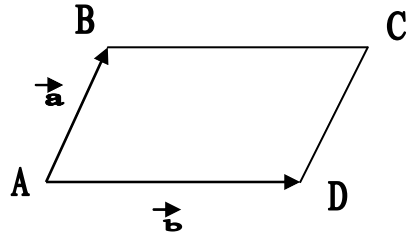
Розв'язання: точки A, B, C лежатимуть на одній прямій, якщо $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{AC}$ будуть колінеарними. $\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{-3-2; 5-3}) = (\overrightarrow{-5; 2})$; $\overrightarrow{AC} = (\overrightarrow{a-2; 9-3}) = (\overrightarrow{a-2; 6})$.

За умовою колінеарності: $\frac{-5}{a-2} = \frac{2}{6}$; $a - 2 = -15$, $a = -13$.

Відповідь: a = -13.

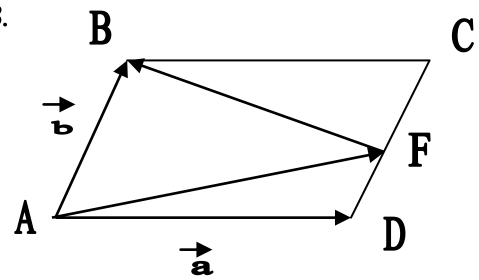
Додаткові задачі:

1. Довести, що в паралелограмі ABCD, $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{BC}$



Доведення: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$, $\overrightarrow{BD} = -\vec{a} + \vec{b}$, отже $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{a} + \vec{b} = 2\vec{b} = 2\overrightarrow{BC}.$

2. У паралелограмі ABCD точка F – середина сторони CD. Виразити вектори $\overrightarrow{AF}$ і $\overrightarrow{FB}$ через вектори $\vec{a} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$.



Відповідь. $\overrightarrow{AF} = \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$, $\overrightarrow{FB} = \frac{1}{2}\vec{b} - \vec{a}$.

VI. Підсумок уроку.

1. Що називають добутком вектора на число?
2. Що можна сказати про ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо $\vec{b} = k\vec{a}$, к-число
3. Як пов'язані координати колінеарних векторів?
4. Сформулюйте властивості множення векторів.

VII. Домашнє завдання.

А.Г. Мерзляк, 9 клас, §-15, ст.133-137.

№ - 524, 544, 551, 558.